

Reliability methodology – Renewal processes

Einsprüche bis 2018-07-31

- vorzugsweise über das VDI-Richtlinien-Einspruchportal <http://www.vdi.de/einspruchportal>
- in Papierform an
VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung
Fachbereich Sicherheit und Zuverlässigkeit
Postfach 10 11 39
40002 Düsseldorf

Inhalt	Seite
Vorbemerkung	2
Einleitung	2
1 Anwendungsbereich	2
2 Begriffe	3
3 Formelzeichen und Abkürzungen	3
4 Einfache Erneuerungsprozesse	5
4.1 Dauer bis zur <i>i</i> -ten Erneuerung	5
4.2 Anzahl der Erneuerungen in einem Zeitintervall	6
4.3 Erneuerungsfunktion	7
4.4 Erneuerungssätze	7
4.5 Vorwärtsrekurrenzdauer	9
5 Allgemeine Erneuerungsprozesse	10
5.1 Grundlagen	10
5.2 Größen und Funktionen	11
5.3 Stationarität	12
6 Alternierende Erneuerungsprozesse	13
6.1 Grundlagen	13
6.2 Größen und Funktionen	14
6.3 Allgemeiner alternierender Erneuerungsprozess und Stationarität ...	14
7 Anwendungen einfacher sowie allgemeiner Erneuerungsprozesse	18
7.1 Stand-by-Redundanz mit kritischem Umschalter	18
7.2 Funktionsprüfungen zu zufälligen Zeitpunkten	19
8 Anwendungen alternierender Erneuerungsprozesse	20
8.1 Wahrscheinlichkeit des gewünschten der beiden Zustände	20
8.2 Ununterbrochene Funktionsfähigkeit während eines vorgegebenen Zeitintervalls	22
8.3 Summe aller Dauern bis zur Wiederherstellung in einem Intervall ...	23
Anhang A Faltung	24
Anhang B Wahrscheinlichkeit der Anzahl der Erneuerungspunkte in einem Zeitintervall	24
Anhang C Vorwärtsrekurrenzdauer	24
Anhang D Asymptotische Verteilungsfunktion der Vorwärtsrekurrenzdauer	25
Anhang E Momente der asymptotischen Verteilung der Vorwärtsrekurrenzdauer	26
Schrifttum	26

VDI-Gesellschaft Produkt- und Prozessgestaltung (GPP)
Fachbereich Sicherheit und Zuverlässigkeit

Vorbemerkung

Der Inhalt dieser Richtlinie ist entstanden unter Beachtung der Vorgaben und Empfehlungen der Richtlinie VDI 1000.

Alle Rechte, insbesondere die des Nachdrucks, der Fotokopie, der elektronischen Verwendung und der Übersetzung, jeweils auszugsweise oder vollständig, sind vorbehalten.

Die Nutzung dieser Richtlinie ist unter Wahrung des Urheberrechts und unter Beachtung der Lizenzbedingungen (www.vdi.de/richtlinien), die in den VDI-Merkblättern geregelt sind, möglich.

An der Erarbeitung dieser Richtlinie waren beteiligt:
Dipl.-Math. oec. *Tobias Baust*, Mülheim a. d. Ruhr
Prof. Dr.-Ing. *Uwe Kay Rakowsky*, Mülheim a. d. Ruhr

Prof. Dr. rer. nat. *Winfried G. Schneeweiss*, Hagen
Allen, die ehrenamtlich an der Erarbeitung dieser Richtlinie mitgewirkt haben, sei gedankt.

Eine Liste der aktuell verfügbaren Blätter dieser Richtlinienreihe ist im Internet abrufbar unter www.vdi.de/4008.

Einleitung

Unter Erneuerungsprozess wird der im Folgenden vorgestellte mathematische Erneuerungsprozess, das heißt ein spezieller stochastischer Prozess, verstanden. Erneuerungsprozesse im Verständnis dieser Richtlinie sind nicht mit den technischen Prozessen zur Instandhaltung oder Wiederherstellung ausgefallener Betrachtungseinheiten zu verwechseln.

Erneuerungsprozesse sind eine gut anwendbare und verhältnismäßig einfache Klasse stochastischer Punktprozesse [1]. Stochastische Punktprozesse modellieren zufällig verteilte Punkte im meist eindimensionalen Raum. Im Kontext der Zuverlässigkeit sind dies Zeitpunkte.

Die Bezeichnung Erneuerungsprozess [2] bezieht sich auf eine Betrachtungseinheit, die so lange wie möglich betrieben und bei einem Ausfall sofort wiederhergestellt (engl. „restored“) wird. Danach sind Erneuerungsprozesse solche Punktprozesse, bei denen die Abstände zwischen Nachbarpunkten durch identisch verteilte stochastisch unabhängige Zufallsgrößen (z.B. Dauern bis zu einem Ausfall) repräsentiert werden können.

Ein einfacher oder gewöhnlicher Erneuerungsprozess liegt dann vor, wenn $t_0 = 0$ ein Punkt des betrachteten Erneuerungsprozesses ist, siehe Abschnitt 4. Ist $t_0 = 0$ kein Punkt des betrachteten Erneuerungsprozesses, wird er als allgemeiner Erneuerungsprozess bezeichnet, siehe Abschnitt 5.

Wenn es nicht nur einen, sondern zwei sich gegenseitig abwechselnde Typen von Intervallen zwischen benachbarten Punkten gibt, kann dies durch alternierende Erneuerungsprozesse modelliert werden, siehe Abschnitt 6 und Abschnitt 8. Ein (einfach) alternierender Erneuerungsprozess schließt den Punkt $t_0 = 0$ mit ein, ein allgemein alternierender Erneuerungsprozess nicht.

Diese Richtlinie zur Erneuerungstheorie ist überwiegend für die Diskussion einzelner Komponenten eines Systems zugeschnitten. Darüber hinaus hat sie aber eine weit umfassendere Gültigkeit. Zustandswahrscheinlichkeiten dürfen z.B. bei stochastisch unabhängigen Komponentenzuständen je nach Redundanzen in der Struktur eines Systems beliebig überlagert werden. Vorsicht ist jedoch geboten, wenn auch der Überlagerungsprozess noch ein Erneuerungsprozess sein soll, denn das ist in vielen Anwendungen nicht der Fall.

Voraussetzung zum Verständnis dieser Richtlinie sind Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Laplace-Transformation. Ansonsten reichen die in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen vermittelten Mathematikkenntnisse aus, da weder auf die Grundlagen des Lebesgue-Integrals noch auf Konvergenz-, Stetigkeits- und weitere Probleme eingegangen wird. So werden (außer bei diskreten Zufallsgrößen) Verteilungsfunktionen durchweg als überall differenzierbar angenommen. In jedem Fall sollte vor der Weitergabe eigener theoretischer Resultate, die aus den Ergebnissen dieser Richtlinie hergeleitet wurden, diese durch qualifizierte Personen verifiziert werden.

1 Anwendungsbereich

Die Anwendung von Erneuerungsprozessen erlaubt eine analytische Vorgehensweise, eine Optimierung bei rechnergestützten numerischen Auswertungen und bietet darüber hinaus folgende Vorteile:

- Modellierung komplexer Systeme und Module in ihrer Gesamtheit
- Anschaulichkeit und einfache Nachvollziehbarkeit der Rechenwege
- Verfolgbarkeit des Einflusses einzelner Parameter
- Möglichkeit der Modellvereinfachung und die Einführung von Näherungen

Erneuerungsprozesse eignen sich insbesondere

- zur Modellierung von Systemen, die mit einem Diagnose-Prognose-Management betrieben werden (engl. „prognostics and health management“),
- zur Modellierung von Systemen, die zuverlässigkeitsadaptive Eigenschaften aufweisen,

- zur Berechnung der Verteilungsfunktion, der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und der mittleren Dauer bis zum Ausfall *MTTF* für eine Stand-by-Redundanz mit kritischem Umschalter,
- zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass eine wiederherstellbare Komponente zu einem bestimmten Zeitpunkt funktionsfähig ist,
- zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für die Ausfallfreiheit einer wiederherstellbaren Komponente während eines vorgegebenen Zeitintervalls,
- zur Planung der Dienste einer Betrachtungseinheit, bevor eine Instandhaltung abgeschlossen ist, und
- zur Prognose der Belegung einer Instandhaltungseinheit, bevor ein Ausfall auftritt.